

# Indice

XI *Gli autori*

XIII *Prefazione*

## Parte prima – *Metodi*

### 5 **Capitolo 1 – Elementi di geometria proiettiva**

*di Riccardo Migliari*

- 5 1.1 Gli enti geometrici fondamentali
- 6 1.2 Convenzioni
- 7 1.3 L'operazione di proiezione
- 9 1.4 L'ampliamento proiettivo dello spazio euclideo
- 12 1.5 Le forme geometriche fondamentali
- 13 1.6 Le proprietà invarianti
- 15 1.7 L'omografia
- 17 1.8 L'omologia piana
- 21 1.9 I casi particolari di omologia piana
- 24 1.10 L'omologia solida

### 26 **Capitolo 2 – Elementi di geometria solida**

*di Riccardo Migliari*

- 26 2.1 Appartenenza
- 27 2.2 Parallelismo
- 28 2.3 Perpendicolarità
- 30 2.4 Angoli
- 31 2.5 Intersezioni

### 34 **Capitolo 3 – Rappresentazione prospettica**

*di Andrea Casale*

- 34 3.1 Genesi dell'immagine prospettica
- 34 3.2 Rappresentazione degli enti fondamentali
- 41 3.3 Condizioni di appartenenza, di parallelismo e di complanarità
- 44 3.4 Le costruzioni fondamentali della prospettiva
- 48 3.5 La soluzione dei problemi di misura
- 62 3.6 Breve storia della prospettiva

### 66 **Capitolo 4 – Rappresentazione in pianta e alzato**

*di Marco Fasolo*

- 66 4.1 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 69 4.2 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 73 4.3 Costruzioni elementari o fondamentali
- 80 4.4 Costruzione di relazioni appartenenza e posizione
- 83 4.5 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità
- 87 4.6 Misure elementari e costruzioni relative
- 95 4.7 Costruzione di alcune figure elementari
- 97 4.8 Rappresentazione di una schiera di cubi librati nello spazio
- 97 4.9 Breve storia del metodo di rappresentazione in pianta e alzato

- 108 **Capitolo 5 – Rappresentazione quotata**  
*di Laura Carlevaris*
- 108 5.1 Genesi della proiezione quotata
- 109 5.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 116 5.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare
- 119 5.4 Costruzioni elementari o fondamentali
- 128 5.5 Condizioni di appartenenza e parallelismo
- 132 5.6 Problemi metrici fondamentali: misura e ortogonalità
- 140 5.7 Rappresentazione di un tetto
- 145 5.8 Rappresentazione delle superfici topografiche
- 148 5.9 Breve storia della rappresentazione quotata
- 153 **Capitolo 6 – Rappresentazione in prospettiva parallela (assonometria)**  
*di Laura De Carlo*
- 153 6.1 Generalità
- 154 6.2 Proiezione parallela ortogonale
- 6.2.1 Genesi spaziale della prospettiva parallela ortogonale, p. 154 – 6.2.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali, p. 156 – 6.2.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare, p. 158 – 6.2.4 Costruzioni elementari o fondamentali, p. 162 – 6.2.5 Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione, p. 166 – 6.2.6 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità, p. 169 – 6.2.7 Misure elementari e costruzioni relative, p. 175
- 182 6.3 Proiezione parallela obliqua
- 6.3.1 Genesi spaziale della prospettiva parallela obliqua, p. 182 – 6.3.2 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali, p. 183 – 6.3.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali in posizione particolare, p. 186 – 6.3.4 Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione, p. 189 – 6.3.5 Costruzioni elementari o fondamentali, p. 190 – 6.3.6 Costruzioni elementari relative alla perpendicolarità, p. 191 – 6.3.7 Misure elementari e costruzioni relative, p. 197
- 201 6.4 Breve storia della rappresentazione prospettica parallela
- 206 **Capitolo 7 – Rappresentazione matematica**  
*di Stefano Cinti Luciani, Riccardo Migliari*
- 206 7.1 Premessa sui metodi di rappresentazione informatica
- 207 7.2 La rappresentazione matematica
- 213 7.3 Rappresentazione degli enti geometrici fondamentali
- 216 7.4 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 220 7.5 Alcune costruzioni elementari
- 224 7.6 Breve storia della rappresentazione matematica
- 228 **Capitolo 8 – Rappresentazione numerica o poligonale**  
*di Marco De Angelis, Riccardo Migliari, Alberto Sdegno*
- 228 8.1 Generalità
- 233 8.2 Rappresentazione di enti geometrici in posizione particolare
- 239 8.3 Alcune costruzioni elementari
- 245 8.4 Breve storia della rappresentazione numerica
- Parte seconda – Costruzioni**
- 255 **Capitolo 1 – Costruzione di relazioni di appartenenza e posizione**  
*di Riccardo Migliari*
- 255 1.1 Costruzione della retta orizzontale  $r$  che appartiene a un piano generico e ha una data quota
- 255 1.2 Costruzione del punto  $P$  intersezione di tre piani  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  dati
- 256 1.3 Costruzione della retta  $q$  che passa per un punto  $P$  e si appoggia a due rette sghembe  $r$  e  $s$

- 256 1.4 Costruzione della retta  $r$  che passa per un punto  $P$  dato ed è parallela a un piano  $\alpha$  dato (problema indeterminato)
- 256 1.5 Costruzione della retta orizzontale  $r$  che passa per un punto  $P$  dato ed è parallela a un piano  $\alpha$  dato
- 257 1.6 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a una retta  $r$  data (problema indeterminato)
- 257 1.7 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a un altro piano  $\alpha$ , pure dato
- 258 1.8 Costruzione del piano che passa per un punto  $P$  dato ed è parallelo a due rette sghembe  $a$  e  $b$ , date
- 258 1.9 Costruzione del piano che passa per una retta data  $a$  ed è parallelo a un'altra retta  $b$ , pure data
- 259 1.10 Costruzione della retta  $r$  che si appoggia a due rette sghembe  $a$  e  $b$ , date, ed è parallela a un'altra retta  $c$ , data

## 260 **Capitolo 2 – Costruzione di relazioni di perpendicolarità**

*di Riccardo Migliari*

- 260 2.1 Costruzione del piano  $\gamma$  verticale che passa per un punto  $P$  dato ed è perpendicolare a un altro piano  $\alpha$  dato
- 260 2.2 Costruzione del piano  $\gamma$  che passa per un punto  $P$  dato ed è perpendicolare ad altri due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , pure dati
- 261 2.3 Costruzione del piano  $\gamma$  che passa per una retta  $r$  data ed è perpendicolare a un altro piano  $\alpha$ , pure dato
- 262 2.4 Costruzione della perpendicolare comune a due rette sghembe,  $r$  e  $s$  (retta di minima distanza)

## 264 **Capitolo 3 – Misure e costruzione di relazioni metriche**

*di Riccardo Migliari*

- 264 3.1 Misura della distanza di un punto  $P$  da un piano  $\alpha$
- 264 3.2 Misura della distanza di due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , paralleli
- 264 3.3 Misura della distanza di un punto  $P$  da una retta  $r$  in posizione generica
- 264 3.4 Misura della minima distanza di due rette sghembe,  $r$  e  $s$
- 264 3.5 Costruzione di un segmento di data lunghezza  $AB$  che appartiene a una retta  $r$  data
- 265 3.6 Costruzione del luogo geometrico dei punti equidistanti da due punti  $P$  e  $Q$ , dati
- 265 3.7 Costruzione del luogo geometrico dei punti equidistanti da tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  dati
- 266 3.8 Dati tre punti  $A$ ,  $B$  e  $C$  e un piano  $\alpha$ , costruire il punto  $D$ , equidistante dai tre punti e dal piano  $\alpha$  dati
- 267 3.9 Costruzione del punto  $S$  equidistante da quattro punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  dati
- 268 3.10 Costruzione del luogo geometrico dei punti dello spazio che distano da un dato piano  $\alpha$ , una misura assegnata mediante un segmento  $AB$ , dato in una posizione qualsiasi
- 268 3.11 Misura degli angoli  $\Theta$  e  $\Psi$ , supplementari, formati da due piani  $\alpha$  e  $\beta$ , assegnati
- 269 3.12 Costruzione della retta  $s$  che forma, con un'altra,  $r$ , data in un piano  $\alpha$ , un angolo  $\varphi$  dato per mezzo di due rette incidenti  $a$  e  $b$
- 270 3.13 Costruzione della retta  $r$  che ha una data proiezione geometrica  $r_1$  e un dato angolo di pendenza,  $\Psi$

- 270 3.14 Costruzione della retta  $r$ , che appartiene a un piano inclinato  $\alpha$  dato, passa per un punto  $P$  di  $\alpha$  e ha un dato angolo di pendenza,  $\Psi$
- 271 3.15 Costruzione del piano  $\beta$  che passa per una retta  $r$  data in un piano  $\alpha$  e forma con questo ultimo un dato angolo diedro  $\Psi$
- 272 3.16 Costruzione del piano che ha una data traccia geometrica e un dato angolo di pendio
- 272 3.17 Costruzione di un piano  $\alpha$ , di dato angolo di pendio, che passa per una retta  $r$  data
- 274 **Capitolo 4 – Costruzioni relative al cerchio**  
*di Federico Fallavollita*
- 274 4.1 Costruzione del cerchio date tre condizioni (problema di Apollonio)
- 275 4.2 Cerchio per tre punti distinti e non allineati
- 276 4.3 Cerchi che passano per due punti e sono tangenti a una retta
- 278 4.4 Cerchi che passano per un punto e sono tangenti a due rette date
- 279 4.5 Cerchi tangenti a tre rette date
- 280 4.6 Cerchi che passano per due punti e sono tangenti a una circonferenza
- 284 4.7 Cerchi per un punto dato, tangenti a una retta e a una circonferenza pure assegnate
- 286 4.8 Cerchi per un punto dato, tangenti a due circonferenze pure assegnate
- 286 4.9 Cerchi tangenti a due rette date e a una circonferenza pure assegnata
- 287 4.10 Cerchi tangenti a una retta data e a due circonferenze, pure assegnate
- 288 4.11 Cerchi tangenti a tre circonferenze date
- 293 4.12 Costruzione del cerchio inscritto in un triangolo
- 294 4.13 Costruzione del cerchio circoscritto a un triangolo
- 295 4.14 Costruzione del cerchio tangente a due cerchi con diversa giacitura (configurazione di Kasner)
- 298 4.15 Costruzione della retta  $p$  polare del punto  $P$  rispetto al cerchio
- 300 4.16 Costruzione del punto  $P$  detto polo della retta  $p$  rispetto al cerchio
- 301 4.17 Costruzione del triangolo polare rispetto a un cerchio
- 302 4.18 Costruzione del parallelogrammo inscritto nel cerchio, del parallelogrammo circoscritto al cerchio e di due suoi diametri coniugati
- 303 4.19 Costruzione dell'ellisse dati una coppia di diametri coniugati
- 304 4.20 Costruzione di un esagono semplice inscritto e circoscritto a un cerchio e rispettivamente della retta  $r$  di Pascal e del punto  $P$  di Brianchon
- 306 4.21 Costruzione di un pentagono semplice inscritto in un cerchio, di un pentagono semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 306 4.22 Costruzione di un quadrangolo semplice inscritto in un cerchio, di un quadrangolo semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 307 4.23 Costruzione del triangolo semplice inscritto in un cerchio, di un triangolo semplice circoscritto a un cerchio e loro proprietà proiettive
- 307 4.24 Costruzione della conica per cinque punti dati
- 310 4.25 Costruzione della conica per cinque tangenti

- 311 4.26 Costruzione della conica per quattro punti e la tangente in uno di essi
- 312 4.27 Costruzione della conica per quattro tangenti e il punto di contatto in una di esse
- 313 4.28 Dati cinque punti di una conica trovare un altro punto della conica
- 315 4.29 Costruzione della conica dati due fasci prospettivi
- 317 **Capitolo 5 – Divisione di un segmento e sezione aurea**  
*di Riccardo Migliari*
- 321 **Capitolo 6 – Poligonalità e poligoni**  
*di Riccardo Migliari*
- 323 **Capitolo 7 – Costruzione di angoli solidi**  
*di Leonardo Baglioni*
- 323 7.1 Definizioni
- 323 7.2 Teorema: ciascuna faccia di un triedro è più piccola della somma delle altre due
- 324 7.3 Teorema: la somma delle facce di un angoloide convesso è minore di quattro angoli retti
- 324 7.4 Teorema: in un triedro la somma dei tre diedri è compresa tra due angoli retti e sei angoli retti
- 325 7.5 Teorema: in un triedro la differenza tra il più piccolo dei diedri e la somma degli altri due è minore di due angoli retti
- 325 7.6 Costruire il piano bisettore di un diedro dato
- 326 7.7 Costruire il triedro date le tre facce
- 327 7.8 Costruire il triedro date due facce e il diedro compreso
- 328 7.9 Costruire il triedro date due facce e il diedro opposto a una di esse
- 331 7.10 Costruire il triedro data una faccia e i due diedri adiacenti
- 332 7.11 Costruire il triedro dati due diedri e una faccia opposta
- 333 7.12 Costruire il triedro dati i tre diedri
- 335 7.13 Ridurre un angolo all'orizzonte
- 336 7.14 Dati due piani tra loro perpendicolari e un punto esterno ad essi, costruire un terzo piano che passa per il punto dato e forma con entrambi i piani dati il medesimo angolo
- 338 7.15 Dati due piani tra loro perpendicolari e una retta esterna ad essi, costruire un terzo piano che passa per la retta data e forma con entrambi i piani dati il medesimo angolo
- 339 7.16 Dati tre piani costruire i piani bisettori dei due diedri formati dai primi due col terzo e relativa retta intersezione
- 339 7.17 Costruire i piani mediani delle facce di un triedro dato e la loro retta intersezione
- 340 7.18 Costruire un triedro rettangolo, conoscendo una delle facce del diedro retto e il diedro opposto alla faccia nota
- 341 7.19 Date due rette incidenti costruire il punto che dista da ciascuna e dal piano che esse individuano, quantità date
- 341 7.20 Costruire una piramide regolare data la base pentagonale e l'angolo diedro che le facce formano con la base
- 342 7.21 Costruire la piramide formata dai piani bisettori dei diedri formati dalle facce di una piramide con il piano orizzontale
- 343 7.22 Dato un tetraedro irregolare, costruire i punti di concorso dei due gruppi seguenti: 1. le tre rette che uniscono due a due i punti medi degli spigoli opposti; 2. le quattro rette che uniscono ciascuno dei vertici al baricentro della faccia opposta

- 343 7.23 Dato un triangolo acutangolo, costruire la piramide trirettangola che lo ha per base
- 345 **Capitolo 8 – Costruzione di poliedri elementari**  
*di Riccardo Migliari*
- 345 8.1 Poliedri
- 346 8.2 Tetraedro
- 347 8.3 Esaedro
- 347 8.4 Ottaedro
- 347 8.5 Dodecaedro
- 349 8.6 Icosaedro
- 350 8.7 Sviluppi
- 352 **Capitolo 9 – Parallelepipedo, prismi, piramidi e loro sezioni, intersezioni e sviluppi piani**  
*di Marta Salvatore*
- 352 9.1 Prismi e piramidi
- 352 9.2 Costruzione del parallelepipedo retto che ha per base un dato parallelogramma e altezza data
- 353 9.3 Costruzione del parallelepipedo obliquo che ha per base il parallelogramma **ABCD** e per spigoli rette di data lunghezza **l**, parallele a una retta **r**
- 354 9.4 Costruzione del prisma retto che ha per base un dato poligono e altezza data e del prisma obliquo che ha per base un dato poligono e per spigoli rette di una data lunghezza **l**, parallele a una retta data **r**
- 354 9.5 Costruzione di una piramide data la base e il vertice
- 356 9.6 Costruzione di una piramide triangolare date le lunghezze dei sei spigoli
- 357 9.7 Costruzione della sezione retta di un parallelepipedo e di un prisma obliqui e loro sviluppi nel piano
- 359 9.8 Costruzione della sezione quadrata di un parallelepipedo avente per base un parallelogramma
- 361 9.9 Costruzione della sezione di una piramide con un piano in posizione generica e sviluppo nel piano
- 363 9.10 Costruzione della sezione di una piramide triangolare che taglia i tre spigoli secondo lo stesso angolo
- 364 9.11 Costruzione della sezione di una piramide, avente per base un quadrilatero, tale che questa risulti un parallelogramma
- 365 9.12 Costruzione dei punti di intersezione di una retta data con le facce di un poliedro dato
- 367 9.13 Costruzione dell'intersezione di due poliedri dati nel caso della compenetrazione e dello sfaldamento e relativi sviluppi
- 369 *Bibliografia*  
*a cura di Anna De Santis*
- 379 *Indice analitico*