

---

## Indice

Prefazione ..... XVII

Introduzione ..... XIX

<b>1 I concetti di base</b> .....	1
1.1 Oggetto e obiettivi .....	1
1.2 Il modello geometrico .....	3
1.3 Il modello dei vincoli .....	4
1.4 Il modello delle azioni esterne .....	7
1.5 Il modello del materiale .....	8
1.6 Il modello della risposta strutturale .....	8

---

### Parte I I corpi rigidi

---

<b>2 Cinematica dei corpi rigidi</b> .....	11
2.1 Obiettivi .....	11
2.2 Il modello di corpo rigido .....	11
2.3 Spostamenti rigidi .....	12
2.3.1 Definizioni .....	12
2.3.2 Formula generale dello spostamento rigido infinitesimo ..	14
2.3.3 Rappresentazione scalare .....	15
2.3.4 Spostamenti rigidi piani .....	16
2.3.5 Sistemi di corpi rigidi .....	16
2.4 Caratterizzazione cinematica dei vincoli .....	17
2.4.1 Definizioni .....	17
2.4.2 Caratterizzazione cinematica dei vincoli esterni .....	18
2.4.3 Caratterizzazione cinematica dei vincoli interni .....	20
2.4.4 Cedimenti vincolari .....	22

2.5 Il problema cinematico . . . . .	23
2.5.1 Posizione del problema . . . . .	23
2.5.2 Classificazione cinematica per via analitica . . . . .	23
2.5.3 Classificazione cinematica per via diretta . . . . .	24
2.6 Esercizi svolti . . . . .	27
<b>3 Statica dei corpi rigidi . . . . .</b>	<b>33</b>
3.1 Obiettivi . . . . .	33
3.2 Le azioni esterne . . . . .	33
3.2.1 Forza, momento di una forza . . . . .	33
3.2.2 Sistemi di forze . . . . .	34
3.2.3 Carichi distribuiti . . . . .	37
3.3 Caratterizzazione statica dei vincoli . . . . .	37
3.3.1 Definizioni . . . . .	37
3.3.2 Caratterizzazione statica dei vincoli esterni . . . . .	38
3.3.3 Caratterizzazione statica dei vincoli interni . . . . .	39
3.4 Il problema statico . . . . .	41
3.4.1 Equazioni cardinali della statica . . . . .	41
3.4.2 Posizione del problema . . . . .	41
3.4.3 Classificazione statica . . . . .	42
3.5 Dualità statico-cinematica . . . . .	43
3.6 Strutture Reticolari . . . . .	44
3.6.1 Metodo dei nodi . . . . .	45
3.6.2 Metodo delle sezioni di Ritter . . . . .	47
3.7 Esercizi svolti . . . . .	50
3.8 I vincoli: quadro sintetico . . . . .	57
3.8.1 Vincoli esterni . . . . .	57
3.8.2 Vincoli interni . . . . .	58

---

## Parte II Le travi elastiche monodimensionali

---

<b>4 Modellazione . . . . .</b>	<b>61</b>
4.1 Obiettivi . . . . .	61
4.2 Il modello geometrico . . . . .	62
4.3 Il modello delle azioni esterne . . . . .	63
4.4 Il modello del materiale costitutivo . . . . .	65
4.5 Il modello della risposta strutturale . . . . .	66
4.5.1 Spostamenti e deformazioni . . . . .	66
4.5.2 Azioni interne . . . . .	66

---

<b>5 Cinematica della trave</b>	69
5.1 Obiettivi	69
5.2 Processo deformativo	70
5.3 Spostamenti e rotazioni	71
5.3.1 Spostamento	71
5.3.2 Rotazione delle sezioni	72
5.3.3 Ipotesi dei piccoli spostamenti	72
5.3.4 Condizioni al contorno su spostamenti e rotazioni	73
5.4 Vincoli esterni: caratterizzazione cinematica	73
5.5 Misure di deformazione	75
5.5.1 Premessa	75
5.5.2 Deformazione assiale	75
5.5.3 Curvatura flessionale	77
5.6 Equazioni implicite di congruenza	78
5.7 Problema cinematico	79
5.8 Esercizi svolti	81
5.9 Complemento: dimostrazione dell'Eq. (5.4)	86
<b>6 Statica della trave</b>	87
6.1 Posizione del problema	87
6.1.1 Obiettivi	87
6.1.2 Definizioni e ipotesi	87
6.1.3 Azioni interne	87
6.1.4 Notazioni	89
6.2 Equazioni indefinite di equilibrio	91
6.3 Problema statico	92
6.4 Leggi e diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione	92
6.5 Esercizi svolti	96
<b>7 Materiale costitutivo</b>	101
7.1 Obiettivi	101
7.2 Fenomenologia	102
7.2.1 La prova uniassiale	102
7.2.2 Comportamento elastico	102
7.2.3 Comportamento plastico e rottura	104
7.2.4 Materiali duttili e materiali fragili	105
7.3 Legame elastico lineare per la trave monodimensionale	106
7.3.1 Comportamento assiale	106
7.3.2 Comportamento flessionale	107
7.4 Distorsioni termiche	108
7.4.1 Variazione termica uniforme	108
7.4.2 Variazione termica <i>a farfalla</i>	108

7.4.3	Variazione termica lineare . . . . .	109
7.4.4	Equazioni costitutive per la trave monodimensionale . . . . .	110
<b>8</b>	<b>Il problema elastico per la trave . . . . .</b>	<b>111</b>
8.1	Obiettivi . . . . .	111
8.2	Posizione del problema . . . . .	111
8.2.1	Dati . . . . .	111
8.2.2	Incognite . . . . .	112
8.3	Formulazione analitica . . . . .	112
8.3.1	Ipotesi . . . . .	112
8.3.2	Equazioni risolventi . . . . .	113
8.3.3	Soluzione . . . . .	114
8.3.4	Strategie risolutive . . . . .	114
<b>9</b>	<b>Metodo degli spostamenti: la linea elastica . . . . .</b>	<b>115</b>
9.1	Obiettivi . . . . .	115
9.2	Linea elastica . . . . .	115
9.2.1	Problema assiale . . . . .	115
9.2.2	Problema flessionale . . . . .	117
9.2.3	Osservazioni . . . . .	118
9.3	Esercizi svolti . . . . .	119
<b>10</b>	<b>Teorema dei Lavori Virtuali . . . . .</b>	<b>129</b>
10.1	Obiettivi . . . . .	129
10.2	Definizioni . . . . .	130
10.2.1	Lavoro . . . . .	130
10.2.2	Sistema congruente . . . . .	131
10.2.3	Sistema equilibrato . . . . .	132
10.2.4	Lavoro Virtuale Esterno . . . . .	133
10.2.5	Lavoro Virtuale Interno . . . . .	134
10.3	Teorema dei Lavori Virtuali . . . . .	135
10.3.1	Enunciato e dimostrazione . . . . .	135
10.3.2	Risvolti applicativi . . . . .	136
10.4	Calcolo di spostamenti e rotazioni in strutture isostatiche . . . . .	137
10.5	Esercizi svolti . . . . .	138
<b>11</b>	<b>Metodo delle Forze . . . . .</b>	<b>143</b>
11.1	Obiettivi . . . . .	143
11.2	Sistemi una volta iperstatici . . . . .	143
11.2.1	Procedura operativa . . . . .	143
11.2.2	Esempio applicativo . . . . .	144
11.3	Sistemi più volte iperstatici . . . . .	150

---

11.3.1 Procedura operativa .....	150
11.3.2 Esempio applicativo.....	151
11.4 Equazioni di Müller-Breslau .....	155
11.5 Applicazione ai problemi assiali .....	156
<b>12 Sistemi di travi .....</b>	<b>159</b>
12.1 Obiettivi .....	159
12.2 Prestazioni cinematiche e statiche dei vincoli interni .....	159
12.3 Linea elastica nei sistemi di travi .....	163
12.4 Calcolo di spostamenti tramite TLV nei sistemi di travi .....	166
12.5 Analisi strutturale di un portale con il metodo delle forze .....	169
12.6 Esercizi Svolti .....	173

---

**Parte III Il continuo tridimensionale**

<b>13 Il mezzo continuo: analisi della deformazione .....</b>	<b>193</b>
13.1 Obiettivi .....	193
13.2 Processo deformativo .....	194
13.3 Tensore della deformazione .....	196
13.4 Interpretazione meccanica delle componenti di <b>E</b> .....	198
13.4.1 Significato delle componenti diagonali $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ .....	198
13.4.2 Significato delle componenti fuori diagonale $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ .....	199
13.4.3 Decomposizione del processo deformativo .....	200
13.4.4 Dilatazione cubica .....	201
13.5 Formula di Cauchy per la deformazione - Direzioni principali della deformazione .....	202
13.5.1 Stato di deformazione triassiale .....	204
13.5.2 Stato di deformazione cilindrico .....	204
13.5.3 Stato di deformazione sferico o idrostatico .....	204
13.6 Riferimento principale - Circonferenze di Mohr .....	205
13.7 Equazioni di Congruenza .....	207
<b>14 Il mezzo continuo: analisi della tensione .....</b>	<b>209</b>
14.1 Obiettivi .....	209
14.2 Analisi della tensione .....	210
14.2.1 La tensione di Cauchy .....	210
14.2.2 Lemma di Cauchy .....	211
14.2.3 Decomposizione del vettore tensione di Cauchy .....	212
14.2.4 Formula di Cauchy .....	213
14.2.5 Equazioni indefinite di equilibrio .....	215
14.3 Tensioni e direzioni principali .....	217

14.3.1 Riferimento principale . . . . .	218
14.3.2 Stati di tensione . . . . .	219
14.3.3 Deviatore di tensione - tensione ottaedrica . . . . .	220
14.3.4 Cambiamento di coordinate . . . . .	221
14.3.5 L'ellissoide di tensione di Lamé . . . . .	222
14.3.6 Circonferenze di Mohr . . . . .	223
14.4 Applicazioni . . . . .	225
14.4.1 Stato di tensione piano o biassiale . . . . .	225
14.4.2 Stato di tensione puramente tangenziale . . . . .	230
14.4.3 Stato di tensione monoassiale . . . . .	232
14.5 Linee isostatiche . . . . .	234
<b>15 Il legame elastico lineare . . . . .</b>	<b>237</b>
15.1 Obiettivi . . . . .	237
15.2 Determinazione sperimentale delle costanti elastiche . . . . .	239
15.2.1 Prova a trazione . . . . .	239
15.2.2 Prova a torsione . . . . .	240
15.3 Materiali isotropi: la legge di Hooke generalizzata . . . . .	242
15.4 Caratteristiche meccaniche di alcuni materiali . . . . .	245
<b>16 Il problema dell'equilibrio elastico: formulazione diretta ed aspetti energetici . . . . .</b>	<b>247</b>
16.1 Il problema dell'equilibrio elastico . . . . .	247
16.2 Il Teorema dei Lavori Virtuali . . . . .	250
16.2.1 Soluzioni parziali del problema dell'equilibrio elastico . . . . .	251
16.2.2 Enunciato . . . . .	252
16.3 Il Lavoro di deformazione . . . . .	253
16.4 Il legame iperelastico diretto . . . . .	255
16.5 Teoremi Energetici . . . . .	258
16.5.1 Teorema di Clapeyron . . . . .	258
16.5.2 Teorema di Betti . . . . .	258
16.5.3 Teorema della minima energia potenziale totale . . . . .	259
16.5.4 Teorema della minima energia potenziale complementare totale . . . . .	260

---

#### Parte IV Il cilindro di Saint Venant

---

<b>17 Il problema di Saint Venant . . . . .</b>	<b>263</b>
17.1 Obiettivi . . . . .	263
17.2 Posizione del problema . . . . .	263
17.2.1 Postulato di Saint Venant . . . . .	264

---

17.2.2 Sollecitazioni semplici e composte . . . . .	265
17.3 Soluzione . . . . .	267
17.3.1 Metodo semi-inverso . . . . .	267
17.3.2 Stato tensionale . . . . .	267
17.4 Equivalenza statica . . . . .	269
<b>18 Forza normale centrata. Flessione retta . . . . .</b>	<b>271</b>
18.1 Obiettivi . . . . .	271
18.2 Forza normale centrata . . . . .	271
18.2.1 Posizione del problema . . . . .	271
18.2.2 Soluzione . . . . .	272
18.3 Flessione uniforme retta . . . . .	273
18.3.1 Posizione del problema . . . . .	273
18.3.2 Soluzione . . . . .	274
18.3.3 Flessione retta $M_y$ . . . . .	278
18.4 Esercizi svolti . . . . .	281
<b>19 Flessione deviata. Tensoflessione, Pressoflessione . . . . .</b>	<b>287</b>
19.1 Obiettivi . . . . .	287
19.2 Flessione uniforme deviata . . . . .	287
19.2.1 Posizione del problema . . . . .	287
19.2.2 Soluzione . . . . .	287
19.3 Presso (Tenso) flessione deviata. Forza normale eccentrica . . . . .	290
19.3.1 Posizione del problema . . . . .	290
19.3.2 Soluzione . . . . .	290
19.3.3 Forza normale eccentrica . . . . .	292
19.3.4 Nocciolo centrale d'inerzia . . . . .	295
19.4 Osservazioni . . . . .	296
19.5 Esercizi svolti . . . . .	300
<b>20 Torsione uniforme . . . . .</b>	<b>307</b>
20.1 Obiettivi . . . . .	307
20.2 La torsione nelle sezioni circolari . . . . .	308
20.3 La torsione nelle sezioni compatte di forma qualsiasi . . . . .	311
20.3.1 Il problema di Neumann . . . . .	311
20.3.2 Sezione ellittica . . . . .	314
20.3.3 Sezioni poligonali . . . . .	316
20.4 L'analogia idrodinamica . . . . .	316
20.5 Sezione rettangolare sottile . . . . .	318
20.6 Sezioni aperte composte da rettangoli sottili . . . . .	321
20.7 Sezioni cave a parete sottile . . . . .	323
20.7.1 La sezione circolare cava . . . . .	323

20.7.2 Teoria approssimata di Bredt .....	324
20.8 Confronto fra sezioni sottili aperte e chiuse .....	329
20.9 Sezioni sottili composte .....	330
20.10 Complemento: ripartizione del momento torcente nelle sezioni aperte composte da rettangoli sottili .....	332
20.11 Considerazioni riassuntive .....	333
20.12 Esercizi svolti .....	335
<b>21 Flessione e taglio .....</b>	<b>341</b>
21.1 Obiettivi .....	341
21.2 Distribuzione delle tensioni normali .....	342
21.3 Distribuzione delle tensioni tangenziali: trattazione approssimata di Jourawsky .....	343
21.3.1 Considerazioni intuitive .....	343
21.3.2 La formula di Jourawsky .....	344
21.3.3 Applicabilità della formula di Jourawsky .....	347
21.4 Sezioni sottili aperte .....	348
21.4.1 Sezione rettangolare sottile .....	348
21.4.2 Sezione sottile a doppio T .....	350
21.4.3 Sezioni sottili a U e H .....	353
21.4.4 Osservazioni generali .....	353
21.5 Sezioni sottili chiuse .....	354
21.5.1 Sezione scatolare simmetrica .....	355
21.6 Taglio retto secondo $x$ .....	356
21.7 Taglio deviato .....	357
21.8 Sezioni compatte simmetriche .....	358
21.9 Sollecitazione composta di taglio retto e torsione .....	359
21.9.1 Considerazioni intuitive .....	359
21.9.2 Il centro di taglio .....	359
21.9.3 Esempio .....	361
21.9.4 Determinazione del centro di taglio .....	362
21.10 Esercizi svolti .....	364

---

**Parte V Analisi e verifica strutturale**

---

<b>22 I criteri di resistenza .....</b>	<b>373</b>
22.1 Generalità .....	373
22.2 Criteri di resistenza per materiali fragili .....	375
22.3 Criteri di resistenza per materiali duttili .....	378

---

<b>23 Il fenomeno dell'instabilità strutturale . . . . .</b>	383
23.1 Obiettivi . . . . .	383
23.2 Definizioni e ipotesi . . . . .	385
23.3 Analisi di stabilità in travi rigide con vincoli elastici . . . . .	387
23.4 L'asta di Eulero . . . . .	390
23.5 Curve di stabilità, snellezza . . . . .	395
23.6 Esercizio svolto . . . . .	396
<b>24 La trave: analisi e verifica strutturale . . . . .</b>	399
24.1 Obiettivi . . . . .	399
24.2 La verifica delle travi in condizioni di esercizio . . . . .	400
24.2.1 Estensione della teoria di Saint Venant . . . . .	400
24.2.2 Criteri di resistenza per il solido di Saint Venant . . . . .	401
24.2.3 Procedura operativa . . . . .	403
24.3 Esempio di ricapitolazione . . . . .	404
<b>25 Cenni sul Metodo degli Elementi Finiti . . . . .</b>	413
25.1 Generalità . . . . .	413
25.2 Metodo degli elementi finiti: approccio agli spostamenti . . . . .	413
25.3 Elementi finiti <i>trave</i> . . . . .	415
25.4 Elementi finiti piani triangolari . . . . .	417
25.5 Metodo degli <i>EF</i> congruenti: formulazione . . . . .	420
25.6 Considerazioni Conclusive sul MEF congruenti . . . . .	424

---

## Parte VI APPENDICI

---

<b>Geometria delle aree . . . . .</b>	427
A.1 Baricentro . . . . .	427
A.2 Momenti di inerzia . . . . .	428
A.3 Formule di trasporto e di rotazione . . . . .	429
A.4 Momenti principali di inerzia . . . . .	431
A.5 Ellisse centrale di inerzia . . . . .	432
A.6 Casi notevoli . . . . .	433
<b>Schemi statici ricorrenti . . . . .</b>	435
B.1 Mensola . . . . .	435
B.2 Trave appoggiata . . . . .	436
B.3 Trave incastro-appoggio . . . . .	438
B.4 Trave incastrata ai due estremi . . . . .	440
B.5 Trave continua . . . . .	440
B.6 Telaio . . . . .	442

Indice

---

<b>Riferimenti bibliografici</b> .....	443
<b>Indice analitico</b> .....	445