

Indice

Premessa	XI
1 Coordinate, Punti e Vettori	3
1.1 La geometria analitica	3
1.2 Coordinate cartesiane piane	4
1.3 Coordinate cartesiane e punti nello spazio	5
1.3.1 Distanza di due punti	8
1.3.2 Punto medio	9
1.4 Vettori geometrici	10
1.4.1 Definizioni, simbologia, proprietà	11
1.4.2 Vettore libero e vettore applicato	12
1.5 Vettori algebrici	13
1.5.1 Definizioni, simbologia, proprietà	13
1.5.2 Corrispondenza fra vettori algebrici e vettori geometrici	14
1.6 Operazioni sui vettori	16
1.6.1 Addizione e Sottrazione	16
1.6.2 Moltiplicazione di un vettore per uno scalare	18
1.6.3 Prodotto scalare	19
1.6.4 Prodotto vettore	20
1.6.5 Prodotto misto	21
1.7 Combinazione lineare di vettori	22
1.7.1 Scomposizione di un vettore geometrico secondo tre assi	22
1.7.2 Combinazione lineare di vettori algebrici	24
1.8 Punti e operazioni su di essi	24
1.9 Combinazioni baricentriche	26
1.9.1 Combinazioni convesse	27
1.9.2 Convex hull	27
1.10 Generalizzazione a n componenti	30
1.10.1 Definizioni, simbologia, proprietà	30

1.10.2	Operazioni sui vettori: Addizione, Sottrazione e Prodotto Scalare	30
	Esercizi	31
	Esercizi proposti	46
2	Curve e superfici parametriche	51
2.1	Curve, superfici e loro descrizione matematica	51
2.2	Funzioni vettoriali a un parametro e curve parametriche	53
2.2.1	Funzioni scalari e funzioni vettoriali	53
2.2.2	Il grafico di una funzione vettoriale	54
2.2.3	Rette	56
2.2.4	Alcune curve piane	63
2.2.5	Alcune curve sghembe	66
2.3	Funzioni vettoriali di due parametri e superfici parametriche	68
2.3.1	Piano	70
2.3.2	Forma vettoriale di alcune superfici	72
2.4	Curve e superfici in forma cartesiana	76
2.4.1	Equazione cartesiana del piano	77
2.4.2	Equazione cartesiana della superficie sferica	78
2.4.3	Equazione cartesiana della superficie cilindrica	78
2.4.4	Retta e circonferenza in forma cartesiana	79
2.5	Problemi relativi a rette e piani	80
	Esercizi	81
	Esercizi proposti	107
3	Matrici	115
3.1	Definizioni e simbologia	115
3.1.1	Matrice trasposta	116
3.1.2	Matrici partizionate	116
3.1.3	Matrici quadrate	117
3.2	Operazioni sulle matrici	119
3.2.1	Addizione e sottrazione	119
3.2.2	Moltiplicazione	120
3.3	Vettori definiti come matrici	121
3.4	Matrici quadrate e determinanti	123
3.4.1	Matrice ortogonale	123
3.4.2	Matrice inversa	123
3.4.3	Determinante di una matrice quadrata	123
3.4.4	Prodotto vettore espresso matricialmente	128
3.4.5	Doppio prodotto misto espresso matricialmente	128
	Esercizi	129

Esercizi proposti	136
4 Trasformazioni Affini	139
4.1 Struttura e proprietà delle trasformazioni affini	139
4.1.1 Trasformazioni affini applicate a vettori e punti	139
4.1.2 Traslazione	140
4.1.3 Trasformazione inversa	142
4.1.4 Trasformazioni affini e combinazioni baricentriche	142
4.1.5 Trasformazioni affini di figure geometriche	143
4.1.6 Compendio delle proprietà delle trasformazioni affini	147
4.2 Trasformazioni isometriche	148
4.3 Composizione di Trasformazioni e Coordinate omogenee	148
4.3.1 Trasformazione composta	149
4.3.2 Coordinate omogenee	150
4.3.3 Trasformazione composta in coordinate omogenee	152
4.4 Trasformazioni in 2D	152
4.4.1 Trasformazioni Isometriche in 2D	152
4.4.2 Trasformazioni non isometriche	157
4.4.3 Trasformazioni 2D generalizzate	161
4.5 Trasformazioni in 3D	165
4.5.1 Trasformazioni isometriche in 3D	165
4.5.2 Trasformazioni non isometriche	170
Esercizi	173
Esercizi proposti	184
5 Funzioni elementari e loro varianti	187
5.1 Funzioni elementari	187
5.1.1 Funzione costante	187
5.1.2 Funzione lineare	187
5.1.3 Funzioni potenza con esponente $\alpha > 0$ intero dispari	188
5.1.4 Funzioni potenza con esponente $\alpha > 0$ intero pari	188
5.1.5 Funzioni potenza con esponente $\alpha = \frac{1}{2n} > 0$ (n intero positivo)	190
5.1.6 Funzioni potenza con esponente $\alpha = \frac{1}{2n+1} > 0$ (n intero positivo)	192
5.1.7 Funzioni potenza con esponente $\alpha < 0$ intero dispari	192
5.1.8 Funzioni potenza con esponente $\alpha < 0$ intero pari	193
5.1.9 Funzione esponenziale con base $0 < a < 1$	193
5.1.10 Funzione esponenziale con base $a > 1$	194
5.1.11 Funzione logaritmo con base $0 < a < 1$	195
5.1.12 Funzione logaritmo con base $a > 1$	197

5.1.13	Funzione valore assoluto	198
5.1.14	Funzione segno	199
5.1.15	Funzione seno	199
5.1.16	Funzione coseno	201
5.1.17	Funzione tangente	201
5.2	Varianti di funzioni elementari	201
5.2.1	Traslazioni	201
5.2.2	Scaling	205
5.2.3	Riflessioni	206
5.2.4	Valore assoluto	209
6	Curve e Superfici ottenute per Generazione	213
6.1	Curve dinamiche	213
6.1.1	Circonferenza	214
6.1.2	Spirali	215
6.1.3	Cicloide	216
6.1.4	Elica cilindrica	218
6.1.5	Elica conica	220
6.2	Superfici dinamiche	221
6.2.1	Sfera	221
6.2.2	Superficie cilindrica circolare retta	223
6.2.3	Paraboloide iperbolico	226
	Esercizi	228
	Esercizi proposti	245
7	Proprietà differenziali di Curve e Superfici	247
7.1	Il vettore derivato	247
7.2	Proprietà differenziali delle Curve	251
7.2.1	La terna di Frénet	251
7.2.2	Curvatura	254
7.2.3	Torsione	260
7.3	Proprietà differenziali delle Superfici	262
7.3.1	Piano tangente	262
7.3.2	Curvature principali e curvatura gaussiana	262
	Esercizi	265
	Esercizi proposti	275
8	Curve e Superfici approssimanti	279
8.1	Curve approssimanti	279
8.2	La curva di Bézier	280
8.2.1	L'algoritmo di De Casteljaeu	280

8.2.2	Generalizzazione e formulazione algebrica	284
8.2.3	Derivata di una curva di Bézier	289
8.2.4	Compendio delle proprietà della curva di Bézier	292
8.3	Le curve spline	292
8.3.1	Limiti delle curve di Bézier	293
8.3.2	Le curve B-spline	293
8.4	Superfici approssimanti	298
	Esercizi	300
	Esercizi proposti	309