Gianni A. Sarcone Marie-Jo Waeber

53 giochi di logica, parole, numeri, intuito e immaginazione in un cocktail esplosivo

FantaLogica

Manuale per insegnare a ragionare bene divertendosi

p come GIOCO strumenti
edizioni la meridiana

Presentazione

Occorre molto tempo per non capire nulla.
Edward Dahlberg

Chi NON siamo

C'è qualcosa che vorremmo dirvi, prima che cominciate a leggere il libro[1]: non siamo professori di matematica e la matematica non ci interessa in quanto tale. Come? No, non siamo neanche pazzi, o forse sì, un poco... pochino! Non abbiamo scritto questo libro per coloro che non hanno dubbi, che sono penetrati da certezze e che credono negli assoluti. E neanche per coloro che credono che pensare con i propri mezzi sia una faticaccia o, peggio, un inutile spreco di tempo... né per pedagoghi o professori che pretendono metodi didattici precotti per l'avviamento alla matematica.
Con questo libro non intendiamo insegnarvi proprio un bel niente. E allora? Non lo nascondiamo, il nostro scopo è di accendere e mantenere viva una *scintilla* di curiosità nella mente del lettore... Non è che risvegliare la curiosità verso le scienze matematiche, senza sovraccaricare le sinapsi, sia una sfida da niente, anzi! Quindi, il ruolo del libro che avete in mano è innanzitutto *ricreativo*, da cui trarre spunti per colorire i vostri corsi, se siete professore/a di matematica, per creare laboratori ludico-didattici, se siete formatore, oppure, le vostre serate con amici, se siete semplicemente un appassionato/a di giochi ed enigmi.

Non diffidiamo, inoltre, che quando avrete finito di leggerlo, adottiate il motto socratico "la sola cosa che so per certo è che non so niente" ("Eν οἶδα ὅτι οὐδὲν οἶδα") come nuovo modo di pensare. Eh, sì! Non dubitare è ciò che ci rende inermi di fronte ai tiri mancini della vita. Uno dei mali peggio-

1] Avete notato il paradosso logico-linguistico? Come fa il lettore a leggere ciò che vorrei dire senza prima *incominciare* a leggere il libro?

ri del nostro sistema scolastico, infatti, è proprio la penuria di senso critico. Dovrebbe essere la prima materia ad essere insegnata! Questo sacrosanto senso critico che nella vita di tutti i giorni manca nella stragrande maggioranza degli italiani che si lascia influenzare da politici, maghi e santoni che fondano le proprie fortune sulla suggestionabilità e la credulità popolare. Noi, non abbiamo dubbi, che il dubbio creativo è ciò che ci rende migliori e più forti.

Nel nostro primo libro *MateMagica*[2] abbiamo voluto raccontare la nostra esperienza che ci ha portati a credere che i giochi in generale, e quelli d'ingegno in particolare, sono uno strumento prezioso per promuovere e instillare interesse e coinvolgimento nella matematica o, per lo meno, per acquisire fiducia in questa materia. I vari giochi presentati nel libro, da realizzare in classe, erano la prova tangibile che si può fare matematica anche "con le mani" senza l'uso di formule astruse e, dunque, far passare il messaggio che la matematica può anche, in alcuni ambiti, *divertire*.
Adesso ci chiediamo: la "narrativa", intesa come raccolta di enigmi logici, può essere d'aiuto per l'insegnamento di alcune basi della matematica o della logica? La risposta, caro lettore, la troverai nel libro... O forse no?

Scopo del libro

> *La capacità di concentrazione è una cosa che non esiste. Esiste solo la qualità di ciò che si percepisce. La gente ha un'attenzione infinita se si diverte!*
>
> Jerry Seinfeld

Si potrebbe riassumere in pochissime parole: questo è un manuale sui giochi logici con il quale si possono elaborare dei laboratori di matematica ricreativa per imparare a ragionare bene divertendosi. Punto. Ma noi siamo come siamo, sempre a dire la nostra! (E guarda caso non siamo pagati un tanto a riga.)

Ebbene sì, ci fanno sorridere quei libri con titoli reboanti come "Istruzioni per innamorarsi della matematica", "Mai più paura della logica", "La

2] *Matemagica. Giochi d'ingegno con la matematica*, edizioni la meridiana, Molfetta (Ba) 2005.

geometria facile", e così via. Va bene che la matematica stia "quasi" (tra virgolette!) diventando un fenomeno di moda, ma insomma... Come si può innamorarsi o, al contrario, temere ciò che non si conosce? Si vorrebbe far passare la matematica come un'irraggiungibile e irresistibile *femme fatale* di cui infatuarsi a tutti i costi, o di cui aver soggezione? In ambedue i casi, gli editori giocano sui complessi di inferiorità che il lettore nutre verso queste discipline. Ma la realtà è ben diversa: la matematica non è né bella, né brutta, né cattiva, né facile e né tanto meno difficile. Pensate, la parola stessa deriva dal greco *manthànein* che significa "imparare", nella quale ritroviamo la radice indoeuropea **men*, che sta per "attività mentale". La matematica è quindi uno dei molteplici *strumenti* del pensiero. Così come il linguaggio consente di esprimerci e capirci meglio, la matematica ci aiuta a formulare idee su alcuni aspetti e concetti del nostro mondo fatto di *quantità*, di *grandezze*, di *ordini* e, più importante ancora, di *relazioni*.
Sicché, la matematica è un linguaggio/strumento che ci permette di cogliere, valutare, sperimentare e, in alcuni casi, prevedere relazioni del mondo percettibile ed impercettibile, e di indagare altre realtà o dimensioni possibili. La "logica", uno dei rami della matematica, aggiunge un tassello esplorativo supplementare perché tratta dell'*attendibilità* di un'argomentazione o di una dimostrazione qualsiasi, ci permette per l'appunto (almeno dovrebbe permetterci!) di individuarne le affermazioni vere/false, o certe/possibili/impossibili.

I media spesso parlano di scienze o di matematica come fosse qualcosa di essenziale; la verità è che queste materie sono essenziali agli scienziati! La maggior parte di noi, comuni mortali, ne può fare a meno, senza che caschi il mondo... Lo ribadiamo: l'importante non è tanto il sapere, ma l'attitudine, cioè la volontà di capire come l'uomo interagisce con il suo ambiente, e come con l'aiuto dell'intuizione e di strumenti del pensiero (la logica) risolve o meno alcuni problemi. L'importante non è il Sapere accademico, ma il sapere come UTILIZZARE il proprio sapere, e lo scoprire quali sono quei blocchi mentali o condizionamenti che ci impediscono d'intravedere una soluzione.

Restando nell'ambito dei media, veniamo sommersi quotidianamente da una valanga di informazioni (via cavo o su supporto cartaceo) e con l'avvento dell'informatica, che avrebbe dovuto aiutarci a smistare, catalogare, vagliare, digerire e schedare ogni singolo annuncio, la situazione è precipitata! Adesso le notizie arrivano prima che accadano, ed è un lusso poter leggere un articolo fino in fondo, senza che venga invalidato nei cinque minuti che seguono. Pertanto, oggi come oggi, saper valutare con i propri mezzi la correttezza degli argomenti di un testo, o di un discorso, se non è di fondamentale importanza, è per lo meno utile. Sappiamo bene che non esistono verità assolute, ma ragionare bene non è andare in cerca della verità; bensì consiste nel ponderare un'idea, ricercare o esprimere opinioni corrette e scartare preconcetti, supposizioni o punti di vista senza fondamento logico (sta di fatto, che la validità logica dipende esclusivamente dalla forma del ragionamento, e non dal suo contenuto). Non è un caso se la scarsa conoscenza della logica all'interno di una popolazione produce un generale scadimento dello spirito critico con ulteriore aumentata probabilità di frodi, pubblicità ingannevoli, promesse impossibili, e via discorrendo. Ragionare bene non è un lusso, ci evita nella vita di tutti i giorni perdite di tempo prezioso!

Imparare a ragionare è anche utile per dare o recuperare tono mentale e, indirettamente, per aiutarci a guardare il mondo forse non con più lucidità, ma con più maturità! La logica, cioè il ragionamento deduttivo e dimostrativo, ci permette di analizzare meglio tutti i processi cognitivi che entrano in gioco nella risoluzione di problemi. Scomponendo un problema (o un enigma) in varie proposizioni e studiandone la validità, alleniamo il nostro senso critico. La logica presa in un contesto più ampio è oltretutto un'attitudine generale, una filosofia della vita che promuove il confronto positivo con gli altri, un modo di affrontare problemi e situazioni nuove senza pregiudizi, che ci permettono di portare avanti l'impegno permanente di "essere se stessi" o di "diventare qualcuno".

Sapendo che, in fin dei conti, l'uomo non è poi tanto *sapiens*, quanto tremendamente *ludens*, ci siamo scervellati per trovare una formula di libro divulgativo che riunisse l'utile al dilettevole. Dopo tante cogitazioni, ci siamo chiesti: "Perdinci, perché cercare lontano ciò che si ha proprio sotto il naso?". *Ipso facto*, ci siamo rivolti all'editore della rivista "Focus Braintrainer", con cui collaboriamo, e ci ha concesso come lo speravamo di poter utilizzare e adattare alcuni pezzi della nostra rubrica sui giochi di logica "Enigmi dei folletti". Il risultato è nelle vostre mani: un manuale ad uso dei docenti e dei formatori che propone una riflessione su cosa sia la logica, giocando con le parole e risolvendo enigmi. Le varie sfide logico-matematiche, proposte sotto forma di racconti divertenti, hanno come filo conduttore le vicende di un simpatico folletto azzurro di nome Let. Infatti, sotto la sua guida, ci si avventura nei meandri e nelle contraddizioni della mente sperimentando situazioni che sembrano impossibili o paradossali. Per venirne a capo, si dovrà di volta in volta cambiare strategia mentale: deduzione, intuito, pensiero laterale... Già, molte volte, la via d'uscita dalle intricate situazioni non è nel buon senso, né nelle solite formule matematiche, ma in un salto nel vuoto, in una discontinuità nel ragionamento. Potremmo dire, in un pizzico di inventiva!

Ovviamente, tutte le migliori ricette del mondo non fanno per forza un buon cuoco, lo stesso vale per un libro ricreativo sulla logica: capire alcuni trucchi del pensiero non significa che saremo poi in grado di ragionare meglio, anzi! Tuttavia, il nostro obiettivo principale, tramite la narrativa e il gioco, non è solo di offrire spunti interessanti su alcuni metodi e principi a cui la logica ricorre per risolvere problemi, ma soprattutto di rendere il lettore più consapevole delle innumerevoli trappole nascoste nei linguaggi che noi usiamo e dei paradossi [3], a cui possono condurre modi scorretti di ragionare. I paradossi in sé, visto da un punto educativo, sono stimolanti, dato che permettono di vedere non solo la superficie, ma il cuore stesso di un problema. Parafrasando lo scrittore inglese Gilbert K. Chesterton: "Un paradosso è il mezzo più utile per aprire gli occhi del mondo a una verità negletta".

Le cose in apparenza difficili hanno spesso soluzioni (molto) semplici, e viceversa. Nell'ambito della scuola, però, gli studenti non sono abituati a guardare oltre l'evidenza, oppure a trovarsi di fronte a problemi che sconvolgono il buon senso comune, o davanti a problemi senza soluzioni; perché gli insegnanti non li abituano, sin dalla scuola primaria, a cimentarsi con problemi del genere. Come se nella vita ci fosse sempre una risposta piena di buon senso a tutto! Magari... Ci proponiamo quindi di colmare in parte questo vuoto.

Quindi, dopo anni di collaborazione con la rivista Focus BrainTrainer, ci è venuta in modo molto naturale l'idea di attingere a questa estesa fonte di materiali, per raccogliere in questo manuale i 53 migliori racconti della nostra rubrica "Enigmi dei folletti". I racconti sono, innanzitutto, un invi-

3] "Paradosso" è un ragionamento che contiene, o almeno sembra contenere, una contraddizione logica o che appare senza difetto ma che conduce a delle assurdità o ad una situazione che contraddice il senso comune. Il paradosso è un potente stimolo per la riflessione, perché ci rivela sia la debolezza delle nostre capacità di discernimento, sia i limiti di alcuni strumenti intellettivi per il ragionamento.

to a giocare con la nostra mente, certo! Però li abbiamo impostati in modo che possano anche servire a promuovere dei laboratori ludico-educativi, a lanciare sfide logico-matematiche e creare delle opportunità per cercare insieme, con amici o un pubblico interessato, la soluzione a un problema in modo che, sia il lettore/animatore, sia il pubblico/scolaresca a cui si rivolge, capiscano come ci si arrivi seguendo semplici passi. Vediamo, infatti, ogni enigma di *Fantalogica* come una sfida nella sfida: bisogna sì risolverli, ma in modo che ognuno trovi la risposta da sé. Questo è, in realtà, il compito maggiore dell'educatore o dell'animatore: *accompagnare* l'ascoltatore/partecipante e far sì che nessuno debba dirsi "c'è sicuramente una risposta a questo enigma, ma non ho potuto trovarla!".

In definitiva, qual è l'utilità, la forza degli enigmi nella didattica della matematica? Essa risiede nel suscitare interrogativi, nel risvegliare l'interesse con quattro semplici ingredienti:

a) la curiosità – il racconto di un enigma, anche se tratta di problemi logici o matematici, offre sfide stimolanti perché fa viaggiare con l'immaginazione in un mondo lontano e diverso;

b) il confronto giocoso – la soluzione di un enigma è il risultato di un percorso, di un confronto positivo con altri pari, fuori da qualsiasi sistema – scolastico o che sia – che potrebbe inibire l'esuberanza dei ragazzi. Vi si siete chiesti come mai i giochi e i quiz televisivi riscontrano un gran successo? Per ragioni di autostima: a tutti piace confrontarsi con altri sfidanti, mostrando le proprie capacità (senza apparire secchioni!). È dimostrato che i giochi sviluppano, in modo naturale, la logica matematica dei ragazzi, aiutano i più timidi o taciturni ad aprirsi. Confrontandosi giocando, i ragazzi acquistano una mente più svelta, imparano a mettere a fuoco più velocemente i dati decisivi per la risoluzione di qualunque problema;

c) la tensione – catturata l'attenzione, bisogna trattenerla! Ciò che rende entusiasmanti molti enigmi e giochi matematici è la loro cosiddetta "tensione". Maggiore è l'incongruenza fra i dati e la domanda e maggiore è la tensione dell'enigma e, di conseguenza, maggiore sarà il mantenimento dell'attenzione;

d) la sorpresa – le situazioni narrative paradossali attirano l'attenzione, ma le soluzioni che ingannano il senso comune o che appaiono, una volta svelate, di una semplicità sconcertante creano un effetto sorpresa tipo "non ci avevo pensato!" o tipo "but it's elementary, my dear Watson!" ("elementare, mio caro Watson!"). Il piacere di essere stati vicini alla soluzione è un piacere "illuminante", lo stesso che si ha quando si capisce una battuta. Inoltre, il piacere di risolvere e capire porta inesorabilmente ad assimilare nozioni che in altri ambiti – tra i banchi di scuola – richiederebbero sforzi maggiori. Come spiega Michael J. Kahana, professore di psicologia all'Università di Pennsylvania (USA): "Il sistema dopaminergico **[4]** del cervello umano sembra funzionare in questo modo: è pronto all'apprendimento solo quando succede qualcosa di inatteso, non quando le cose sono prevedibili".

Come conseguenza, il ricordo di un esperimento ludico diventa, per la maggior parte delle persone coinvolte, permanente perché il "peso" emotivo, dovuto al coinvolgimento in prima persona, incide molto sulla memoria a lungo termine. Infatti, il "cervello cognitivo" – quello che accumula e tratta le informazioni – per funzionare al meglio si abbina al "cervello emotivo". Come ben sapete, la disponibilità mnemonica o di apprendimento è condizionata da tanti fattori: piacere, emozione, reticenza, abitudini... La memoria tende sempre a privilegiare gli aspetti più piacevoli e più insoliti di una situazione. La volontà di imparare invece è paradossale, se consideriamo che le persone tendono ad imparare solo ciò che già inconsapevolmente sanno!

Riassumendo, i racconti del libro si possono strutturare per creare delle animazioni o dei laboratori che permetteranno al partecipante, sia giovane che adulto, di prender parte a un gioco di indagine logico-matematico (con il pubblico, è meglio evitare la dicitura "matematica" e affini, meglio dire "gioco della mente", "indovinello logico", "enigma"...). Il detective in erba seguirà alcune piste che il lettore/animatore suggerirà man mano che il gioco evolve. Gli indizi saranno determinanti per la risoluzione delle sfide. Lo scopo, ovviamente, è la ricerca di strategie, senza però dimenticare il divertimento! Scoprirete consigli e suggerimenti nelle prossime pagine su come preparare e svolgere questi insoliti laboratori di narrativa matematica per diffondere la consapevolezza che la matematica non è facile, né difficile, né bella, né brutta, ma altresì utile e molto accattivante!

4] Il *sistema dopaminergico*, situato alla base del cervello, è deputato alla percezione del piacere e alla memoria di esso: nel senso che ciò che ci piace, ci fa anche fremere dal desiderio di ripetere l'esperienza piacevole! In breve, il sistema dopaminergico è la sede del desiderio, della motivazione ad agire e della sensazione del piacere.

Parte *prima*

il variegato mondo della logica

Italiano vs logica

Cosa risponde una professoressa di logica a cui gli si chiede dopo il parto: "Avete avuto un maschietto o una femminuccia?".
- Sì!

Come già detto, nella logica le parole hanno un senso "esplicito", ovvero più ristretto e preciso. La lingua che utilizziamo tutti i giorni, invece, è flessibile ed ha un forte potere suggestivo. Nella logica pura, una proposizione è quindi sia falsa, sia vera, mentre nel linguaggio comune assumiamo "implicitamente" che sia vera.
L'argomentazione, succo della logica, è composta da proposizioni semplici, ossia premesse, che portano ad una conclusione. Un'argomentazione logica è valida se contiene premesse supposte vere. Ma un'argomentazione potrebbe avere tutte premesse vere e portare, comunque, se non si è attenti, ad una conclusione falsa...
Ecco un esempio:

Il vino è una bevanda (vero).
La coca-cola è una bevanda (vero).
Ergo, la coca-cola è vino (conclusione falsa).

Quindi, un'argomentazione logica può essere:

- valida ma falsa;
- valida e vera;
- non valida e falsa;
- non valida ma vera.

Nel mondo della logica "validità" e "verità" non si implicano a vicenda!

I simboli operativi di base nella matematica classica sono + (addizione), - (sottrazione), x (moltiplicazione) e : (divisione). Mentre i simboli operativi della logica sono: "e" (A *e* B), "o" inclusivo (A *o* B, *o* entrambi), "o" esclusivo (*o* A, *o* B), "non" (A *non* ama B). Come l'avrete intuito, essi servono a legare tra loro le condizioni di una proposizione.

Il simbolo "e" viene chiamato "congiunzione" perché unisce due condizioni in una sola proposizione. Una congiunzione è vera solo se le due condizioni sono *ambedue* vere, la frase "Marte è un pianeta *e* un dio della mitologia romana" è logicamente valida. Vi mostriamo a titolo di esempio quali differenze possono sorgere tra "e" dell'uso comune ed "e" della logica... Accade spesso che la parola "ma" della lingua materna sia sinonimo di "e" nel linguaggio logico: "Il film è bello, ma corto" equivale a "il film è bello *e* il film è corto" dal punto di vista logico. D'altronde dire: "Mi piace la pasta e fagioli", non significa assolutamente nel parlare comune che "mi piace la pasta e mi piacciono i fagioli" ma che mi piace quel tipico piatto chiamato "pasta e fagioli". Peraltro "e" di uso comune può persino significare "o": "Devo decidere tra libro di scienze *e* libro di avventure", diventa "devo scegliere un libro di scienze *o* un libro di avventura" in logica formale.

Il simbolo "o" (detto "disgiunzione") connette due condizioni in una sola proposizione. Questa nuova proposizione è falsa solo se le due condizioni sono *ambedue* false. Ad esempio, la frase "Marte è un pianeta *o* un uccello" anche se sembra strana è logicamente valida! A grandi linee, le condizioni legate con un "o" sono condizioni *sufficienti* per rendere una proposizione vera; mentre quelle legate con una "e", sono condizioni *necessarie* (la proposizione è vera solo se entrambe le condizioni sono vere).

"Non", invece, serve a negare una condizione (A e *non* B) o una proposizione (non A e B insieme). Nel linguaggio logico, le doppie negazioni si annullano (legge della doppia negazione) e corrispondono ad un'affermazione, mentre la cosa è meno evidente nel linguaggio comune... Dire che "in biblioteca *non* ho visto proprio *nessuno*" non significa che c'era qualcuno! L'operatore logico "non" è alla base della legge del "terzo escluso" (*tertium non datur*) e del principio di "non contraddizione", ossia detto in modo scespiriano: "Una cosa è o *non* è", oppure "non è ammesso che una cosa sia e *non* sia".

Nella vita di tutti i giorni, gli operatori logici "e", "o", e "non", vengono utilizzati dai motori di ricerca per velocizzare le operazioni di ricerca su internet (testi, notizie, immagini...) con delle parole chiave. Gli operatori sono sostituiti dai simboli "+" (al posto di "e"), "-" (al posto di "non"), e "|" (al posto di "o"). Il primo serve per legare tra loro due parole chiave: se ad esempio vi interessano solo gli schermi LCD e lanciate la ricerca "televisore + LCD" verranno restituiti solo i risultati in cui sono presenti entrambi i termini. In maniera complementare, l'operatore "-" scarta tutte le pagine web che contengono una certa parola chiave, e funziona da filtro. Ad esempio, se si vuole escludere del tutto una parola chiave (come "plasma") e includere tutto il resto (quelli LCD, a tubo catodico, ecc.), conviene digitare "televisore - plasma". Se invece si scrive "televisore | plasma" verranno visualizzate tutte le pagine in cui si parla di televisore *e/o* di plasma. A cosa serve? Ad allargare semplicemente il campo di ricerca.

Il simbolo d'implicazione "se" (se A... allora B), in italiano introduce un'intenzione "se studio bene, riceverò la paghetta" (mi impegno per la paghetta), un desiderio "se venisse, sarei contento", oppure una causalità "se piove, prendi l'ombrello!". Invece nel contesto della logica ha valore unicamente *causativo*. "Se ho i soldi, mi mangio un tramezzino", implica una relazione causa-effetto (avere soldi permette di comprare e mangiare un tramezzino). L'implicazione "se... allora..." non è commutativa, cioè se A produce un effetto B, non significa che B implichi per forza A... Ad esempio, quando si afferma logicamente che "se piove, allora ci sono nubi nel cielo", non significa per forza che "ci sono nubi nel cielo, quindi piove"… Ovviamente, "ci sono nubi nel cielo" è condizione necessaria per piovere; tuttavia, ci possono essere nuvoloni in cielo senza che obbligatoriamente piova! Non crucciatevi, l'implicazione "se" è molto difficile da maneggiare per un essere umano... Ne incontrerete altri esempi più avanti.

Come in matematica esistono quantità, lo stesso succede con la logica. I quantificatori logici [14] sono: *nessuno*, *uno solo*, *almeno uno*, *qualche/alcuni*, *ogni/tutti*. Questi sono enti che permettono di formalizzare matemati-

14] Ecco una storiella divertente che mette in campo i *quantificatori logici*. C'era una volta 4 persone chiamate: *Ognuno*, *Qualcuno*, *Ciascuno* e *Nessuno*... Avevano un lavoro importante da fare e *Ognuno* era sicuro che *Qualcuno* l'avrebbe fatto.
Ciascuno avrebbe potuto farlo ma *Nessuno* lo fece. *Qualcuno* si arrabbiò perché era un lavoro di *Ognuno*. *Ognuno* pensò che *Ciascuno* poteva farlo, ma *Nessuno* capì che *Ognuno* non l'avrebbe fatto. Finì che *Ognuno* incolpò *Qualcuno* perché *Nessuno* fece ciò che *Ciascuno* avrebbe potuto fare!

camente frasi del tipo: "Tutti i filosofi sono uomini", "nessun uomo è immortale", "qualche numero è divisore di 42". Dobbiamo stare attenti al loro significato, poiché nel linguaggio comune *alcuni* implica *non tutti*, mentre nel linguaggio logico *alcuni* è perfettamente compatibile con *tutti*! Inoltre, *almeno uno* non esclude *alcuni*, né addirittura *tutti*. Se sosteniamo "almeno una persona in questa stanza è mancina", non è escluso che altre non lo siano (o che tutte lo siano).
Ricapitolando: il quantificatore *nessuno* nega i quantificatori *tutti*, *alcuni* e *almeno uno*; il quantificatore *almeno uno* ammette *tutti* e *alcuni*, ma nega *nessuno*; il quantificatore *alcuni* ammette *tutti* e *almeno uno*, ma nega *nessuno*; infine, il quantificatore *tutti* include *alcuni* e *almeno uno*, ma nega *nessuno*. Si possono rappresentare visivamente i quantificatori logici con dei "cerchi d'inclusione" (fig. 2).

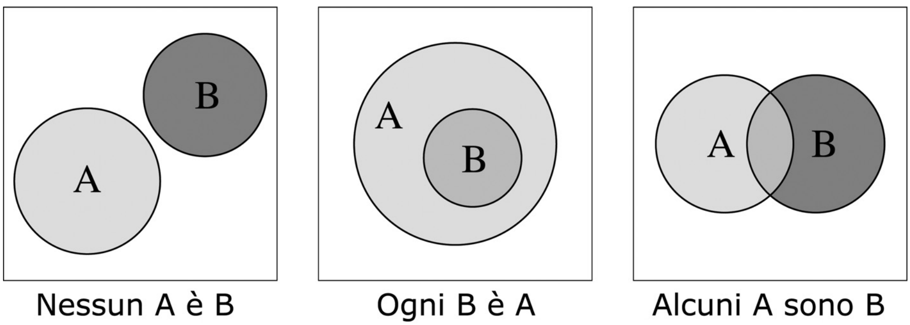


figura 2

Ora, vediamo se avete ben capito le sottigliezze dei quantificatori... Risolvete questo caso. Premesse: a) tutti i ministri di Pongolandia sono ladri; b) ma nessun edicolante di quel paese è ministro. Che deduzione logica ne consegue? I più intelligenti tra di voi diranno "non c'è nessuna deduzione logica da trarre!". Invece sì, la sola conclusione corretta è: *alcuni dei ladri non sono edicolanti.*

Si parla spesso della logica come della "matematica senza numeri". Questo è in parte vero! In realtà, nel linguaggio logico si usano tabelle di verità per determinare se, attribuiti i valori di verità alle asserzioni che la compongono, una determinata proposizione è vera o falsa. Generalmente si attribuisce la cifra 0 ad un'asserzione falsa, e la cifra 1, ad un'asserzione vera. Una particolare logica che utilizza le cifre 0 e 1 viene chiamata "logica binaria".

I computer funzionano trattando algebricamente le operazioni di logica binaria. Analizzando e interpretando stringhe composte da 0 e da 1, essi sono in grado di eseguire calcoli numerici complessi, pertanto, di memorizzare e processare dati secondo le istruzioni fornite da un programma. Vi presentiamo qui sotto un tipico esempio di tabella di verità...

	A	B	A → B
a)	1	1	1
b)	1	0	0
c)	0	1	1
d)	0	0	1

Che tradotta significa:
Nella riga a) se A e B sono entrambi veri (1), allora l'implicazione [15] "se A allora B" è vera (1). Per illustrare cosa intendiamo, riprendiamo l'esempio sopraccitato "se piove (A), allora ci sono nubi nel cielo (B)". Questa proposizione è vera (A → B = 1) se effettivamente il cielo è nuvoloso (B = 1) e sta piovendo (A = 1). Ma è anche logicamente vera nei casi c) e d), in cui le condizioni meteorologiche non sono propense alla pioggia (A = 0). L'implicazione è falsa (riga b: A → B = 0) solo quando sta piovendo (A = 1), senza che ci siano nubi nel cielo (B = 0). Logicamente parlando, un'implicazione è falsa solo quando il suo *antecedente* (A) è vero, mentre il *conseguente* (B) è falso.

Con queste basi potete immergervi tranquillamente nel mondo degli enigmi logici. Forse, le trovate difficili da capire? Comunque non avete modo di preoccuparvi, ogni enigma che troverete in questo libro è accompagnato da una soluzione completa che spiega in modo SEMPLICE, divertente e chiaro i meccanismi del ragionamento con diagrammi facili da capire e, se necessario, con le relative formule e tabelle numeriche (o di verità). Non abbiamo l'intenzione di trasformare questo libro di enigmi in un corso di logica formale... Sarà l'esperienza e lo svolgimento dei laboratori che consoliderà le vostre conoscenze man mano che avanzerete nel mondo pazzo dei folletti! La folta bibliografia in nota e in fine libro vi sarà d'aiuto per completare il vostro percorso e per saperne di più nel campo della logica o delle scienze del pensiero.

15] L'"implicazione logica" è un concetto matematico che stabilisce che, data un'affermazione, se ne può ricavare un'altra. La prima proposizione di un'implicazione (A) viene detta "antecedente"; la seconda (B), "conseguente".

Parte
seconda

giocando con gli enigmi

7 Il campione

Argomento chiave combinazioni, implicazioni, riga, colonna.

Livello di difficoltà 💡 💡 💡

Personaggi Il folletto azzurro Let, la regina Bunziker, l'orco Fluworo.

Ambientazione

Un mattino d'inverno, nei pressi della reggia di Skosz.

La regina Bunziker ha ordinato all'orco Fluworo di scegliere tra i suoi guerrieri un campione che rappresenti il regno di Skosz durante i prossimi giochi Orchimpici.

Nonostante l'intensa nevicata, Fluworo fa disporre la sua centuria di guerrieri orchi in un quadrato di 10 righe e 10 colonne e la osserva grattandosi la testa: non ha proprio idea di come effettuare la scelta del campione, ma vorrebbe almeno dimostrare la sua suprema autorità. Ah, ecco l'idea!
"Che il soldato più alto di ogni RIGA esca dai ranghi" sbraita Fluworo. "Il prescelto è il guerriero più basso tra voi!"
Vedendo però che il prescelto è l'orco Amok, uno dei più antipatici, Fluworo strilla:
"Ho cambiato idea, tornate tutti al vostro posto. Che il più piccolo soldato di ogni *colonna* esca dai ranghi. Il prescelto è l'orco più alto tra voi".

Incuriosita, la regina Bunziker si rivolge al furbo folletto Let e gli chiede:
"Secondo te, la logica può permetterci di sapere a priori qual è l'orco più alto tra i due? Il più basso tra i più alti di ogni riga orizzontale, o il più alto fra i più bassi di ogni colonna verticale?".

Adattamento scenografico

Per capire meglio l'enigma, lo si può mettere in scena facendo disporre 16 partecipanti in ordine quadrato di 4 righe e 4 colonne.

SOLUZIONE

Qual è l'orco più alto: il più basso tra i più alti di ogni riga orizzontale, o il più alto fra i più bassi di ogni colonna verticale?

Risposta

In tutti casi, il guerriero Amok è più alto.

Svolgimento

È evidente che se Amok (indichiamolo con A) e l'orco selezionato alla fine (chiamiamolo B) sono sulla stessa riga, A è più alto.
È altresì evidente che se A e B sono sulla stessa colonna, B è più piccolo.
Se sono in righe e colonne diverse: chiamiamo C il guerriero-orco che si trova all'incrocio tra la riga del soldato A e la colonna di B (fig. 5). C sarà quindi più piccolo di A, ma più alto di B.

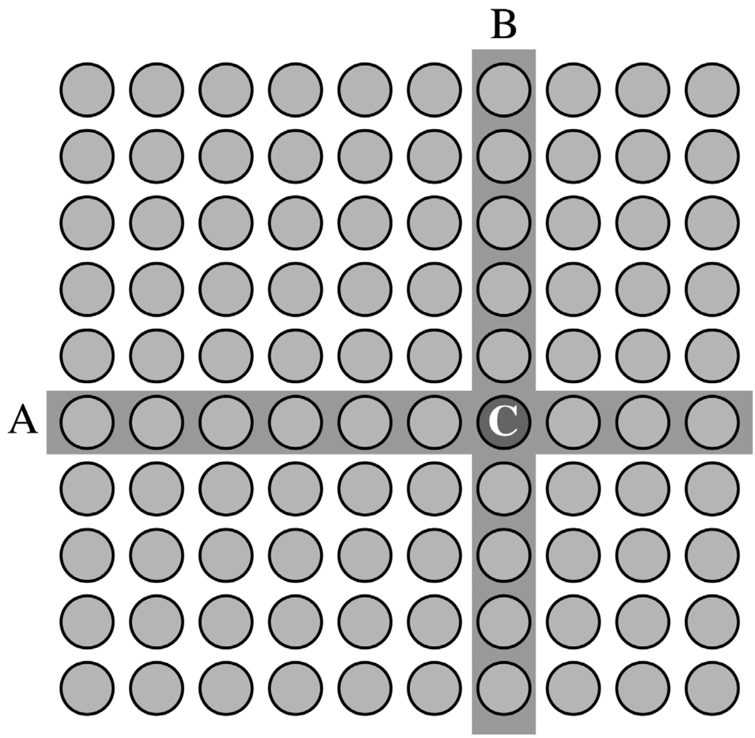


figura 5

Riflessione

Pertanto non è sempre vero che il più basso tra i più alti di ogni riga è più alto del più alto tra i più bassi di ogni colonna!

Contempliamo il fatto che i dieci guerrieri più alti in assoluto si trovino tutti riuniti in una colonna qualsiasi e il più piccolo tra loro si chiami Q... Se si preleva il più grande guerriero orco di ogni riga, ci ritroviamo in effetti con tutti e 10 gli orchi della colonna nella quale sono riuniti, appunto, tutti i guerrieri più alti. Sarà scelto il meno alto tra loro, cioè Q che è ovviamente più piccolo, bene...

Durante la seconda selezione, si chiede al più piccolo di ogni colonna di uscire dai ranghi. Inevitabilmente, nel gruppo dei 10 prescelti ci sarà l'orco Q, il più piccolo della colonna dei più alti, che verrà scelto in quanto è l'orco più grande rispetto agli altri 9 prescelti.

Quindi, a volte capita, anche se è poco probabile, che il più basso tra i più alti di ogni riga, e il più alto tra i più bassi di ogni colonna, sia lo stesso orco... che pertanto non è più alto di se stesso!

8 Padri & figli

Argomento chiave pensiero laterale, legami di parentela.

Livello di difficoltà

Personaggi Una famiglia di goblin [4].

Ambientazione

In un covo presso la Valle di Pokipoki.

Una banda di goblin, tutti imparentati tra loro, ritorna al suo covo dopo le scorrerie e le devastazioni ai danni dei malcapitati mortali che popolano o, meglio, popolavano la Valle di Pokipoki.

Il gruppetto, formato da due padri e due figli, raggiunge la cripta dove vivono tutti insieme. Ognuno entra nella *propria* cella, dopo essersi salutati con pacche virili sulle spalle, e si lascia *immediatamente* cadere sulla propria branda puzzolente per sprofondare in un sonno nero come la pece. Ma le entrate che conducono alle camere private sono solo 3 e le stanze sono senza finestre. Come ha fatto ciascuno a entrare nella propria?

Indizi

Indizio 1: In ogni cella c'è un solo e unico goblin.
Indizio 2: La relazione di parentela tra i goblin è capitale per capire e risolvere il gioco.
Indizio 3: Un padre può ricoprire due (o più) rapporti di parentela contemporaneamente con familiari diversi; ad esempio, può anche essere uno zio.

4] I "goblin" sono leggendarie creature maligne presenti nel folklore di alcuni paesi. Caratterizzati da una bassa statura, erano accusati di rapire durante la notte donne e bambini, sostituendo questi ultimi con i propri mostruosi figli.

SOLUZIONE

Come hanno fatto due padri e due figli goblin ad occupare ognuno la sua stanza, se le stanze/celle sono 3?

Risposta

I goblin sono in realtà 3: il nonno, il padre e il figlio di quest'ultimo (questo gioco ricorda l'enigma 1: "Tutti tranne due").

Riflessione

Non esiste assoluta concordanza tra il numero di legami parentali (quanti nonni, quanti zii, ecc.) e il numero di membri effettivi (quante persone) di una famiglia!

Ad esempio, in una riunione di famiglia si incontrano un nonno, una nonna, due padri, due madri, tre nipoti, un fratello, due sorelle, due figli, due figlie, un suocero, una suocera, e una nuora. Quanti e chi sono?
Ci sono solo tre fratelli (due bambine e un ragazzo) con i loro genitori, e i genitori del padre, che sommato fanno in tutto sette persone.

41 Cammin facendo

Argomento chiave pensiero deduttivo, calcolo, velocità constante, velocità media.

Livello di difficoltà

Personaggi Il folletto Let, il Grande Mago Gandolf.

Ambientazione

A spasso tra la capanna di Let e il maniero di Gandolf.

Tramite il suo "teleponino" (il telefonino telepatico), il folletto azzurro Let chiama il Grande Mago Gandolf per chiedergli consiglio su un problema di grande valenza magico-filosofica. Il Grande Mago gli dà appuntamento sul sentiero che separa le loro abitazioni così da poter dissertare del problema passeggiando, com'era d'uso presso gli antichi greci.

Let acconsente ma propone, per dar modo al mago di risparmiare le forze, di incamminarsi lui da solo. Fatto un chilometro, Let telepatichiama Gandolf e gli dice di mettersi pure in cammino.

Finalmente, i due s'incontrarono. Let accompagna Gandolf a casa sua dove continuano la loro appassionata discussione, e infine rientra a casa.
"Uffa, ho i piedi a pezzi!" esclama Let. "Be', non c'è da stupirsene: a causa di quel chilometro concesso al Grande Mago, ho fatto un percorso 4 volte più lungo del suo…"

Sapreste dire quale distanza separa le case dei due amici? (Non fatevi imbrogliare, amici lettori: non avete ancora dati sufficienti. Dovete sapere che Let cammina con una velocità media di 4 km/l'ora, mentre Gandolf, più lento, con una velocità constante di 3 km/l'ora)

Indizi

Indizio 1: Se la velocità di Let fosse constante e la velocità di Gandolf fosse una velocità media, il problema avrebbe un'altra soluzione.

Indizio 2: Chiamando “x” la distanza tra le due abitazioni, qual è la distanza totale percorsa da Let?
Indizio 3: Quanto tempo mette Let, e quanto ne impiega Gandolf per arrivare all’appuntamento?

SOLUZIONE

Quale distanza separa la capanna di Let dal maniero di Gandolf?

Risposta

La distanza tra le due case è **2,4 chilometri**.

Svolgimento

Il folletto azzurro Let percorre 1 km prima di richiamare Gandolf, quindi viaggia per 1 km / 4 = 1/4 d'ora.
Chiamando "x" la distanza tra le due abitazioni, la distanza totale percorsa da Let è di 2x [km] (andata e ritorno, da casa sua al maniero di Gandolf).
Gandolf ha percorso un quarto della strada fatta da Let, quindi ha percorso in tutto: 2x/4 = x/2 [km].

Al momento preciso dell'incontro con Let, Gandolf avrà compiuto la metà del suo percorso totale, ossia:
x/2 : 2 = x/4 [km], mentre Let avrà percorso x - x/4 = 3x/4 [km].

Il Grande Mago impiega per arrivare all'appuntamento
x/4 : 3 = x/12 [ora], mentre Let impiega 3x/4 : 4 = 3x/16 [ora].
Sappiamo che fra i due tempi c'è un divario di 1/4 d'ora, quindi: 3x/16 - x/12 = 1/4

Semplificando e risolvendo l'equazione otteniamo la distanza tra le due case, che è di: x = 2,4 [km].

Curiosità

Se la velocità di Let fosse constante e la velocità di Gandolf fosse una velocità media, l'enigma avrebbe un'altra soluzione...
Chiamando "x" la distanza fra le due abitazioni, Let percorre in tutto 2x [km], mentre Gandolf percorre
2x/4 = x/2 [km].
Nel tempo in cui Let percorre (x - 1) [km] alla velocità constante di 4 [km/h], Gandolf percorre x/2 [km] alla velocità media di 3 [km/h]: (x - 1)/4 = (x/2)/3
Risolvendo: x = 3 [km]

42 Colori sfusi

Argomento chiave pensiero deduttivo, combinatoria.

Livello di difficoltà

Personaggi Il Grande Mago Gandolf, il suo aiutante Fufluns.

Ambientazione

Nella lavanderia del maniero di Gandolf.

Fufluns, l'aiutante del Grande Mago Gandolf, non solo è sordo, ma è anche daltonico monocromatico, cioè percepisce il mondo esclusivamente in bianco e nero! Quindi richiedergli un servizio si rivela a volte molto laborioso, ma Fufluns compensa questi handicap con la sua intelligenza…

Gandolf, dovendo uscire di fretta per incontrare il folletto Let, gli fa capire a gesti di andare a prendergli un paio di guanti di lana alla lavanderia, che si trova al piano interrato del maniero. Giunto a destinazione, Fufluns trova un enorme cumulo di guanti spaiati che, ai suoi occhi, appaiono tutti uguali!
"O tutti i guanti sono dello stesso colore" deduce Fufluns "oppure sono di colori diversi, ma io li vedo tutti uguali… So che i capi del Grande Mago sono di 4 colori diversi. Mmmh, cosa fare?".

Certamente Fufluns non può risalire con tutto quell'ammasso di guanti, né chiedere al suo padrone di scendere. Qual è il numero *minimo* di guanti che il tuttofare dovrebbe portare al Grande Mago in modo da garantirgli almeno un paio di guanti dello stesso colore, sapendo che guanti "destri" e "sinistri" sono identici?

Indizi

Indizio 1: Se i capi del mago Gandolf fossero solo di 2 colori diversi, quanti guanti dovrebbe portargli Fufluns in modo da garantirgli almeno un paio di guanti dello stesso colore?
Indizio 2: E se fossero tre, invece?

SOLUZIONE

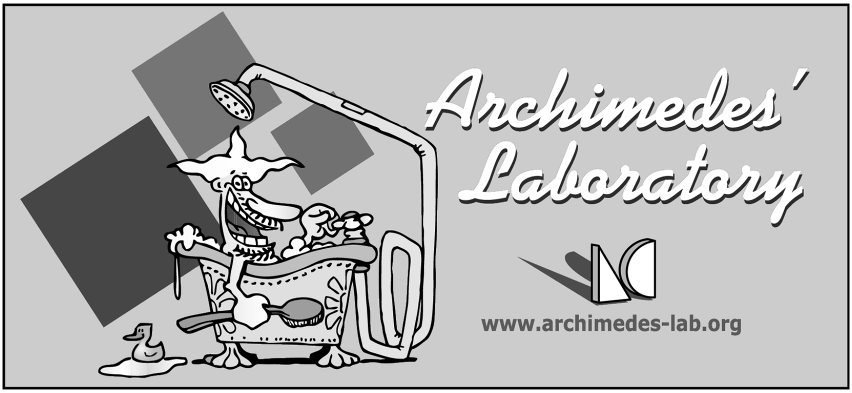
Quanti guanti deve consegnare Fufluns al mago Gandolf, in modo da garantirgli almeno un paio di guanti dello stesso colore?

Risposta

Il numero minimo di guanti da prelevare è ***5***.

Svolgimento

Se è molto fortunato, 2! Ma è meglio non contare troppo sulla fortuna e far conto che i guanti scelti siano tutti di colori diversi. Poiché Gandolf usa vestirsi con 4 colori diversi, Fufluns prende a caso 4 guanti. Di conseguenza, aggiungendo un guanto in più, avrà nel mucchio almeno un paio di guanti dello stesso colore. *Ergo* la risposta è: almeno 5 guanti...



Risvegliate la curiosità della gente... È sufficiente aprire loro la mente, non sovraccaricarla. Metteteci soltanto una scintilla!
Anatole France

Gianni A. Sarcone e Marie-Jo Waeber, giocologhi, studiosi della mente e divulgatori, sono i fondatori e i curatori del sito Archimedes' Lab, che riunisce una rete di esperti specializzati nello sviluppo della creatività.

Il loro scopo è di promuovere il gioco e l'arte come strumento per la didattica, di utilità sia per la formazione, che per il reinserimento sociale e la comunicazione. Archimedes' Lab usa infatti la matematica ricreativa e i giochi della mente per infondere nei giovani e negli adulti competenze trasversali (interpersonali, logiche, ecc.) e il gusto per l'attività di ricerca finalizzata alla conoscenza, il tutto con un'impostazione aperta e giocosa.

Motivare, dar voglia di comprendere e di superarsi, mostrare come utilizzare il proprio sapere, e spiegare quali sono i condizionamenti che bloccano la mente, fanno parte del loro impegno didattico. Attraverso le loro attività connesse alla matematica e alla percezione visiva, Archimedes' Lab promuove l'apprendimento attivo, l'autostima e modi di pensare diversi che consentono ai giovani di impostarsi come risorse nelle proprie comunità.

Su richiesta, Archimedes' Lab propone una gamma di attività ludico-educative: laboratori, animazioni, mostre, conferenze, progetti di utilità sociale. La maggior parte dei giovani partecipanti aderisce ai laboratori di Archimedes' Lab per imparare strategie di pensiero e di "problem solving", per incontrare e scambiare idee con nuove persone, o semplicemente per divertirsi in maniera intelligente.

Marie-Jo Waeber
Archimedes' Lab,
Casella postale 1700
16121 Genova Centro
E-mail: contact@archimedes-lab.org
Website: www.archimedes-lab.org

Un cocktail esplosivo di 53 giochi di logica, parole, numeri, intuito e immaginazione. Per cultori seri o amanti di enigmi? Non solo! Con questo manuale l'animatore, l'educatore, il formatore o il docente possono elaborare divertentissimi laboratori di logica e matematica ricreativa per imparare e, quindi, insegnare a ragionare bene divertendosi.
Giochi da fare o mettere in scena non per ottenere un quoziente di intelligenza o raggiungere un punteggio, ma per il gusto di comunicare e giocare, per il piacere di stare insieme cercando di allenare lo strumento più prezioso che abbiamo: la mente. Eh sì, l'unione fa la forza, anche nell'ambito della matematica!

Gianni A. Sarcone e **Marie-Jo Waeber**, i fondatori e i curatori del pluripremiato sito "Archimedes' Lab", sono autori / divulgatori freelance.
Esperti di giochi della mente, creano spazi di intrattenimento "intelligente" per giornali e riviste (collaborano con "Focus BrainTrainer" e "Focus Junior", Italia, e con "Brain Games - Publications International Ltd.", Stati Uniti) e si occupano di didattica, creatività e comunicazione tramite il gioco e l'arte.
Hanno scritto vari saggi e libri divulgativi sul tema delle scienze cognitive, che spaziano dalla percezione visiva ai giochi di logica.
Sono stati premiati con l'ambito Award dello "Scientific American" per la diffusione e la divulgazione del sapere tecnico matematico.
Con la meridiana hanno pubblicato *Matemagica. Giochi d'ingegno con la matematica* (2005).

ISBN 978-88-6153-092-8

9 788861 530928

EURO 18,00 (I.i.)